

## 北京邮电大学 2019--2020 学年第 2 学期

### 《概率论与数理统计》试题 (B 卷, 计算机学院)

考试注意事项: 学生必须将答题内容做在试题答题纸上, 做在试题纸上一律无效.

#### 一. 填空题与选择题 (每小题 4 分, 共 40 分)

1. 设事件  $A$  和  $B$  相互独立, 且  $P(A)=0.8$ ,  $P(A-B)=0.4$ , 则事件  $A$  和  $B$  中恰有一个发生的概率为 \_\_\_\_\_.
2. 一袋中装有 3 个红球和 2 个白球, 从中任取 2 球, 已知取出的 2 球中有红球, 则 2 球全为红球的概率为 \_\_\_\_\_.
3. 设随机变量  $X$  和  $Y$  的方差分别为  $\sigma^2$  和  $2\sigma^2$ , 且  $X$  与  $Y$  的相关系数为  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ , 则  $X-Y$  与  $X+Y$  的相关系数为 \_\_\_\_\_.
4. 设随机变量  $X$  和  $Y$  相互独立, 且  $X \sim N(0,4)$ ,  $Y$  的分布律为  $P\{Y=k\}=\frac{1}{2}, k=1,2$ , 则  $P\{X+Y>0\} = \underline{\hspace{2cm}}$ . (用标准正态分布函数  $\Phi(z)$  表示结果)
5. 设  $X_1, X_2, X_3$  相互独立,  $X_1, X_2$  均服从参数为 1 的指数分布,  $X_3 \sim U(0,1)$ , 令  $Y = \min\{X_1, X_2, X_3\}$ , 则  $Y$  的分布函数为  $F_Y(y) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
6. 设随机向量  $(X,Y)$  服从二维正态分布  $N(0,1,2,8,-0.5)$ , 则  $Z=2X+Y+1 \sim$   
(A)  $N(0,8)$       (B)  $N(0,16)$       (C)  $N(2,8)$       (D)  $N(2,16)$
7. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自总体  $X$  的样本, 总体  $X$  的概率密度为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{\theta - |x|}{\theta^2}, & |x| < \theta, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

则由中心极限定理, 当  $n$  充分大时, 样本均值  $\bar{X}$  近似服从正态分布

$$(A) N(0, \frac{\sqrt{n}\theta^2}{6}) \quad (B) N(0, \frac{\theta^2}{6\sqrt{n}}) \quad (C) N(0, \frac{n\theta^2}{6}) \quad (D) N(0, \frac{\theta^2}{6n})$$

8. 从正态总体  $N(\mu, \sigma^2)$  中抽取容量为  $n$  的样本, 样本均值和样本标准差分别为  $\bar{x}, s$ , 则总体标准差  $\sigma$  的置信度为  $1-\alpha$  的置信区间为

$$(A) (\frac{\sqrt{ns}}{\sqrt{\chi_{\alpha/2}^2(n)}}, \frac{\sqrt{ns}}{\sqrt{\chi_{1-\alpha/2}^2(n)}}) \quad (B) (\frac{\sqrt{n-1}s}{\sqrt{\chi_{\alpha/2}^2(n-1)}}, \frac{\sqrt{n-1}s}{\sqrt{\chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)}})$$

$$(C) (\frac{ns^2}{\chi_{\alpha/2}^2(n)}, \frac{ns^2}{\chi_{1-\alpha/2}^2(n)}) \quad (D) (\frac{(n-1)s^2}{\chi_{\alpha/2}^2(n-1)}, \frac{(n-1)s^2}{\chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)})$$

9. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自参数为  $\lambda$  的泊松分布的样本,  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ , 则下列统

计量中为  $\lambda^2$  的无偏估计的是

$$(A) \bar{X}^2 \quad (B) \bar{X}^2 - \bar{X} \quad (C) \bar{X}^2 - \frac{1}{n} \bar{X} \quad (D) \bar{X}^2 + \frac{1}{n} \bar{X}$$

10. 设  $X_1, X_2, X_3, X_4$  为来自总体  $N(0, \sigma^2)$  的样本, 令  $T = \frac{(X_1 + X_2)^2}{X_3^2 + X_4^2}$ , 则

$$(A) T \sim F(1, 2) \quad (B) T \sim F(2, 2) \quad (C) 2T \sim F(1, 2) \quad (D) 2T \sim F(2, 2)$$

## 二(10 分)

某种型号器件的使用寿命  $X$  (单位: 周) 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \frac{100^3}{x^3}, & x \geq 100, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

(1) 求  $P\{X > 200\}$ , 及  $D(X)$ ;

- (2) 现有一大批这种器件, 从中任取 4 件,  $Y$  表示 4 件器件中其寿命大于 200 周的件数, 求  $E(Y^2)$ .

### 三(10 分)

设随机变量  $X$  和  $Y$  相互独立, 且  $X$  的分布律为  $P\{X=k\} = \frac{1}{3}, k=0,1,2$ ,  $Y$  的分布律为  $P\{Y=-1\} = P\{Y=1\} = \frac{1}{2}$ , 令  $Z = XY$ ,

- (1) 求  $Z$  的分布律;  
(2)  $X$  与  $Z$  是否不相关? 是否相互独立?

### 四(12 分) 设随机向量 $(X, Y)$ 的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x+y)e^{-(x+y)}, & x > 0, y > 0, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

- (1) 求在  $Y=y(y>0)$  条件下,  $X$  的条件概率密度;  
(2) 求  $Z = X + Y$  的概率密度.

### 五(10 分) 设总体 $X$ 的概率密度为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{3x^2}{\theta} e^{-\frac{x^3}{\theta}}, & x \geq 0, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$\theta \in (0, +\infty)$  为未知参数,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自该总体的样本.

- (1) 设  $s > 0, t > 0$ , 求  $P\{X > t\}$ ,  $P\{X > s+t | X > s\}$ , 并比较  $P\{X > t\}$  与  $P\{X > s+t | X > s\}$  的大小;  
(2) 求  $\theta$  的最大似然估计.

### 六(10 分) 有两种方法 (A 和 B) 可以装配某种部件, 为了比较两种方法的效率.

用这两种方法分别装配 8 个部件, 记录所用的装配时间(单位:min), 并计算得样本均值和样本方差如下:

A 方法:  $\bar{x} = 11.6$ ,  $s_1^2 = 1.62$ ,

B 方法:  $\bar{y}=10.1, s_2^2=1.26,$

设 A, B 两种方法的装配时间分别服从正态分布  $N(\mu_1, \sigma_1^2)$  和  $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ ,

(1) 试检验假设:  $H_0: \sigma_1 = \sigma_2 \quad H_1: \sigma_1 \neq \sigma_2$  (显著性水平  $\alpha = 0.1$ );

(2) 在显著性水平  $\alpha = 0.05$  下, 能否认为 A, B 两方法的平均装配时间有显著差异? ( $F_{0.05}(7, 7) = 3.79, t_{0.025}(14) = 2.1448$ )

**七(8 分)** 在温度  $x$  (单位:  $^{\circ}\text{C}$ ) 对产品得率  $y$  (单位:  $\%$ ) 的效应的研究中,

安排了 10 次试验, 得到数据  $(x_i, y_i)(i=1, 2, \dots, 10)$ , 并计算得

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 1450, \sum_{i=1}^{10} y_i = 670, S_{xx} = \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = 8250, S_{xy} = \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 3960,$$

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^{10} (y_i - \bar{y})^2 = 1980.8,$$

(1) 求线性回归方程  $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}x$ ;

(2) 在显著水平  $\alpha = 0.01$  下, 检验回归方程的显著性, 即检验假设

$$H_0: b = 0, H_1: b \neq 0.$$

$$(F_{0.01}(1, 8) = 11.3)$$