

北京邮电大学 2016—2017 学年第 1 学期

《概率论与数理统计》(3 学时) 期末考试 (B)

考试注意事项: 学生必须将答题内容做在试题答题纸上, 做在试题纸上一律无效。

一. 填空题 (45 分, 每空 3 分)

1. 设随机事件 A, B 互不相容, 且满足 $P(B)=0.3, P(\bar{A} \cup B)=0.7$, 则 $P(A)=$ _____.
2. 一个寝室有 4 名同学, 4 人生日不都在星期天的概率是_____.
3. 三人独立地去破译一份密码, 已知各人能破译密码的概率分别为 $\frac{1}{5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$, 则三人中至少有一人能将此密码破译的概率是_____.
4. 假定一个盒子装有 a 个白球和 b 个黑球, 另一个盒子装有 c 个白球和 d 个黑球. 从第一个盒子中随机地抽取一个球放入第二个盒子, 然后从第二个盒子中任摸一个球, 该球是白球的概率是_____.
5. 若发报机以 0.7 和 0.3 的发出信号 0 和 1, 由于随机干扰的影响, 发出信号 0 时, 接收机不一定收到 0, 而是以概率 0.8 和 0.2 收到信号 0 和 1; 同样地, 当发报机发出信号 1 时, 接收机以概率 0.9 和 0.1 收到信号 1 和 0. 则当接收机收到信号 0 时, 发报机是发出信号 0 的概率为_____.
6. 某地区在任何时长为 t (单位: 周)的时间间隔内发生地震的次数 X 服从参数为 λt 的泊松分布, 在连续 8 周无地震的条件下, 未来 8 周仍无地震的概率为_____.
7. 已知随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 且二次方程 $y^2 + 4y + X = 0$ 无实根的概率为 $1/2$, 则 $\mu =$ _____.
8. 已知随机变量 (X, Y) 服从二维正态分布 $(1, 2, 1, 4, 0.5)$, 则 $Z = 2X + Y + 1$ 的概率密度函数 $f(z) =$ _____.
9. 设随机变量 X_i 服从参数为 n_i 和 p_i 的二项分布, $i=1, 2$, 且这两个随机变量相互

独立, 则 $D(X_1+X_2)=$ _____.

10. 设随机变量 ξ, η 和 X, Y 满足 $\xi = -2X + 1, \eta = 3Y + 2$, 且 X, Y 相关系数为 $\rho_{XY} = 0.5$, 则 ξ, η 相关系数 $\rho_{\xi\eta} =$ _____.

11. 有 100 道单项选择题, 每个题中有 4 个备选答案, 且其中只有一个答案是正确的。规定选择正确得 1 分, 选择错误得 0 分。假设无知者对于每一个题都是从 4 个备选答案中随机地选答, 并且没有不选的情况, 利用中心极限定理, 则他能够超过 35 分的概率近似为_____。(用标准正态分布的分布函数 $\Phi(x)$ 表示)。

12. 设 (X_1, X_2) 是总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样本, 其中 μ 已知, σ 未知, 下列样本的函数不是统计量的是_____.

- A. $(X_1 - \mu)/\sigma$ B. $\frac{X_1 + X_2}{2}$ C. $X_1^2 + X_2^2 - 3\mu$ D. $X_1 + 3X_2$

13. 设样本 X_1, \dots, X_{10} 是来自正态总体 X , 该总体服从分布 $N(0, 3^2)$, 则统计量

$$U = \frac{X_1 + \dots + X_5}{\sqrt{X_6^2 + \dots + X_{10}^2}}$$
 服从_____分布。(给出分布类型及自由度)

机抽取 16 个, 测其长度, 得到样本方差 $S^2 = 1 \text{ cm}^2$, 则总体方差 σ^2 的置信水平为 0.95 的双侧置信区间为_____

$$(\chi_{0.975}^2(15) = 6.26, \chi_{0.025}^2(15) = 27.5)$$

15. 设总体 X 服从 $N(\mu, \sigma^2)$, X_1, \dots, X_n 是总体的简单随机样本, 若统计量 $C((X_2 - X_1)^2 + (X_3 - X_2)^2 + \dots + (X_n - X_{n-1})^2)$ 是 σ^2 的无偏统计量, 则 $C =$ _____.

二. (10 分)

设二维随机变量 (X, Y) 在区域 G 上服从均匀分布, 其中区域 $G = \{(x, y) : |x+y| < 1, |x| < 1\}$,

求 (1) 常数 k ;

(2) 当 $X = x$ 时, 求 Y 的条件密度函数 $f_{Y|X}(y|x)$;

(3) 概率 $P\{|X-Y| \geq 1\}$ 。

三. (10 分) 设随机变量 X_1 和 X_2 相互独立, 且服从 $N(\mu, \sigma^2)$, 计算 $E[\max\{X_1, X_2\}]$ 和 $E[|X_1 - X_2|]$ 。

四. (15 分) 设总体 X 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\beta}{x^{\beta+1}} & x > 1 \\ 0 & x \leq 1 \end{cases},$$

其中 $\beta \in (1, +\infty)$ 为参数, (X_1, X_2, \dots, X_n) 是来自总体 X 的简单随机样本。

(1) 求 β 的矩估计量;

(2) 求 β 的最大似然估计量。

五. (10 分)

(1) 某织物强力指标 X 的均值 $\mu_0 = 21$ 公斤. 改进工艺后生产一批织物, 今从中取 30 件, 测得 $\bar{X} = 21.55$ 公斤. 假设强力指标服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 且已知 $\sigma = 1.2$ 公斤, 问在显著性水平 $\alpha = 0.01$ 下, 新生产织物比过去的织物强力是否有提高?

(显著性水平 $\alpha = 0.01$, 检验假设 $H_0: \mu \leq 21, H_1: \mu > 21$.)

(2) 某厂生产的某种型号的电池, 其寿命长期以来服从方差 $\sigma^2 = 5000$ 小时² 的正态分布, 现有一批这种电池, 从它生产情况来看, 寿命的波动性有所变化. 现随

机的取 26 只电池, 测出其寿命的样本方差 $S^2 = 9200$ 小时². 问根据这一数据能否推断这批电池的寿命的波动性较以往的有显著的变化?

附表: 标准正态分布数值表 χ^2 分布数值表

$\Phi(0.28) = 0.6103$	$\chi_{0.01}^2(25) = 44.313$	$\sqrt{30} \approx 5.47$
$\Phi(1.96) = 0.975$	$\chi_{0.99}^2(25) = 11.523$	
$\Phi(2.0) = 0.9772$	$\chi_{0.01}^2(26) = 45.642$	
$\Phi(2.33) = 0.9901$	$\chi_{0.99}^2(26) = 12.198,$	